

« УТВЕРЖДАЮ»

**Ректор Тамбовского государственного
университета имени Г.Р. Державина,
доктор экономических наук, профессор**



В.М. Юрьев

" 7 " марта 2014 г.

Отзыв ведущей организации

о диссертации Завьяловой Антонины Владимировны

**"Включения с сюръективными операторами и их приложения",
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный,
комплексный и функциональный анализ**

Проблема существования неподвижных точек (решений соответствующих операторных уравнений и включений) является классической и изучалась многими авторами. Различные теоремы существования находят многочисленные приложения в анализе, теории дифференциальных и интегральных уравнений, других разделах современной математики.

В 1997 г. была опубликована статья В. Риссері, в которой изучались операторные уравнения вида $A(x) = f(x)$, где A – линейный непрерывный сюръективный оператор, а f – компактное непрерывное отображение (возмущение). В. Риссері была доказана теорема существования решений и получена оценка топологической размерности множества решений, связанная с размерностью ядра оператора A .

В дальнейшем в работах Б.Д. Гельмана было начато изучение включений вида

$$A(x) \in F(x) \quad (1)$$

в случае, когда A является замкнутым линейным сюръективным оператором, а F – вполне непрерывным многозначным отображением с выпуклыми образами.

К этому кругу проблем примыкает диссертационное исследование А.В. Завьяловой. В работе предлагается новый подход к изучению включений вида (1). С помощью этого подхода удастся доказать разрешимость новых классов вырожденных дифференциальных включений, которые нельзя было рассмотреть с помощью методов, использованных в цитированных выше работах Б.Д. Гельмана.

Целью диссертационной работы является доказательство теорем существования и изучение свойств множества решений операторных включений вида (1), у которых главная часть A является линейным сюръективным оператором, и приложение полученных результатов к изучению разрешимости новых классов вырожденных дифференциальных включений и управляемых систем.

Отметим основные результаты, полученные в работе:

- Доказаны теоремы о разрешимости и размерности множества решений операторных включений, у которых главная часть является замкнутым линейным сюръективным оператором, а многозначное возмущение вполне непрерывно относительно этой главной части.
- Рассмотрены приложения доказанных теорем к проблеме разрешимости новых классов вырожденных дифференциальных включений в банаховых пространствах и проблеме существования решений управляемых систем, заданных вырожденными дифференциальными уравнениями.
- Доказаны теоремы о разрешимости операторных включений, у которых главная часть является непрерывным линейным сюръективным оператором, а многозначное возмущение является уплотняющим относительно главной части. Рассмотрены приложения полученных теорем для изучения одного класса вырожденных дифференциальных включений.

Диссертация состоит из введения, трех глав, разбитых на пункты и подпункты, и списка литературы, содержащего 41 наименование. Объем работы составляет 84 страницы. Опишем кратко содержание диссертации.

Во введении обосновывается актуальность темы исследования и излагается краткое содержание работы.

Первый параграф диссертации является вспомогательным, в нем кратко приводятся основные используемые в работе сведения теории многозначных отображений и дифференциальных включений.

Второй параграф диссертации посвящен изучению включений вида (1), где A – замкнутый линейный сюръективный оператор, а F – вполне непрерывное многозначное отображение с выпуклыми образами. Автором сначала доказывается локальная теорема существования решения, затем изучаются включения во всем пространстве, в случае, когда многозначное отображение имеет подлинейный рост. В этом случае доказывается, что если $\dim(\text{Ker } A) > 0$, то множество решений включения (1) неограниченно. Полученные результаты применяются для изучения разрешимости нового класса вырожденных дифференциальных включений.

Пункт 2.3 этого параграфа посвящен изучению топологической размерности множества решений включений вида (1) и применению доказанных теорем к изучению топологической размерности множества решений вырожденных дифференциальных включений.

В пункте 2.4 этого параграфа изучается управляемая система, заданная вырожденным дифференциальным уравнением. Применяя полученные в предыдущих параграфах результаты, автор доказывает теорему существования решения такой управляемой системы.

Третий параграф диссертации посвящен изучению включений вида (1) где A – ограниченный линейный сюръективный оператор, а F – многозначное отображение с выпуклыми компактными образами, уплотняющее относительно оператора A . Здесь дается определение (A, ψ) -уплотняющего многозначного отображения, приводятся примеры таких отображений и доказываются теоремы о существовании решений изучаемых включений. В заключение параграфа полученные результаты применяются для изучения разрешимости одного класса вырожденных дифференциальных включений.

В целом диссертация А.В. Завьяловой является законченным исследованием по кругу вопросов, относящихся к нелинейному анализу. Все основные результаты

диссертации своевременно и полно опубликованы в восьми печатных работах автора, три из которых – в журналах, входящих в Перечень ВАК РФ. Автореферат диссертации полно и правильно отражает ее содержание.

К работе имеются следующие замечания:

1. Имеются совпадающие обозначения для различных понятий (A, B – и множества, и линейные отображения, стр. 5). Некоторые из обозначений, используемые в приводимых во введении утверждениях, описываются позже, в основной части диссертации (на стр. 11, пункт 1.5.10 не описаны символы I, μ ; на стр. 12, пункт 1.6.2. не описаны символы $j P_F$). Опечатка в пункте 1.6.2 (стр. 12, стр34), вместо пространства R^n следовало написать E .
2. Следовало определить, что понимается под решением управляемой системы (2.19), (2.20), (2.21), стр. 19, стр. 58.
3. Не понятно, с какой целью во введении, где описываются основные положения диссертации, формулируется свойство Скорца-Драгони. Было бы вполне достаточно одной его формулировки в первой главе, где собраны используемые автором результаты многозначного анализа.
4. В тексте нет ссылок на литературные источники [1,3,4,7,9,10,18].

Все эти недостатки не являются существенными и не могут повлиять на общую положительную оценку работы. Тематика диссертации актуальна. В работе получены важные и интересные новые научные результаты. Основные утверждения диссертации четко сформулированы и доказаны. Новизна полученных результатов проявляется как в постановках задач, так и в содержании доказанных теорем. Оформление работы отвечает всем требованиям, предъявляемым к оформлению кандидатских диссертаций.

Диссертация А.В. Завьяловой имеет теоретический характер. Полученные в ней результаты могут быть использованы в исследованиях, проводимых в Воронежском, Московском, Новосибирском, Челябинском государственных университетах, Тамбовском государственном университете имени Г.Р. Державина и в Российском университете дружбы народов.

Считаем, что диссертация А.В. Завьяловой «Включения с сюръективными операторами и их приложения» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям, в том числе пункту 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней, а ее автор заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв подготовил директор института математики, физики и информатики, профессор кафедры алгебры и геометрии, доктор физико-математических наук, профессор Е.С. Жуковский. Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры алгебры и геометрии Тамбовского государственного университета имени Г.Р. Державина «13» марта 2014 г., протокол № 7.

Заведующий кафедрой алгебры и геометрии
кандидат физико-математических наук, доцент



Ю.Г. Фомичева

Директор института математики, физики и информатики
доктор физико-математических наук, профессор



Е.С. Жуковский

